Corrigé du partiel de physique du 4/11/2009

1.1 $m\dfrac{dv}{dt} = mg - \alpha v \Leftrightarrow \dfrac{dv}{dt} + \dfrac{\alpha}{m}v = g$

1.2 SGESSM $v^g(t) = K\exp\left(-\dfrac{\alpha t}{m}\right)$ SPE $v^p(t) = g\dfrac{m}{\alpha}$

donc $v(t) = K\exp\left(-\dfrac{\alpha t}{m}\right) + g\dfrac{m}{\alpha}$

CI $v(0) = 0 = K + g\dfrac{m}{\alpha}$ d'où : $v(t) = g\dfrac{m}{\alpha}\left[1 - \exp\left(-\dfrac{\alpha t}{m}\right)\right]$

1.3 $v_{\lim}(t) = g\dfrac{m}{\alpha}$

1.4 à $t \approx 0$, on a $\exp\left(-\dfrac{\alpha t}{m}\right) \approx 1 - \dfrac{\alpha t}{m}$ donc $v(t) = gt$ indépendante de α

2.1 schéma (RLC) série

2.2 $u_R + u_L + u_C = E$

2.3 $Ri + L\dfrac{di}{dt} + u_C = E_o \Rightarrow RC\dfrac{du_C}{dt} + LC\dfrac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = E_o$ étant donnés $u_C = \dfrac{q}{C}$ et $i = \dfrac{dq}{dt}$

D'où l'équation [1] avec $\tau = L/R = 10^{-3}\,s$ et $\omega_o = 1/\sqrt{LC} = 10^4\,s^{-1}$

2.4 $u^p(t) = E_o/LC\omega_o^2 = E_o$; c'est bien une tension.

2.5 $r^2 + r/\tau + \omega_o^2 = 0$

2.6 $\Delta = \dfrac{1}{\tau^2} - 4\omega_o^2 = 10^6 - 4.10^8 \Rightarrow \Delta < 0$, donc solutions complexes, *cqfd*

2.7 $r_1 = -\dfrac{1}{2\tau} + i\sqrt{4\omega_o^2 - \dfrac{1}{\tau^2}}$ et $r_2 = -\dfrac{1}{2\tau} - i\sqrt{4\omega_o^2 - \dfrac{1}{\tau^2}}$

D'où la solution avec $\lambda = \dfrac{1}{2\tau}$ et $\Omega = \omega_o\sqrt{1 - \dfrac{1}{4\omega_o^2\tau^2}}$

A et B sont homogènes à des tensions et s'expriment en Volt

2.8 $\Omega = \omega_o\sqrt{1 - \dfrac{1}{4\omega_o^2\tau^2}} = \omega_o\sqrt{1 - \dfrac{1}{400}} \approx \omega_o$

$u(t) = E_o + \exp(-\lambda t)\left[A\exp(i\Omega t) + B\exp(-i\Omega t)\right]$

1er terme régime permanent et 2nd terme régime transitoire

2.9 $u_o e^{i\varphi} = \dfrac{E_o\omega_o^2}{\omega_o^2 - \omega^2 + i\omega/\tau} = \dfrac{E_o\omega_o^2\left(\omega_o^2 - \omega^2 - i\omega/\tau\right)}{\left(\omega_o^2 - \omega^2\right)^2 + (\omega/\tau)^2}$

d'où $u_o = \dfrac{E_o\omega_o^2}{\left[\left(\omega_o^2 - \omega^2\right)^2 + (\omega/\tau)^2\right]^{1/2}}$ et $\tan\varphi = \dfrac{-\omega/\tau}{\omega_o^2 - \omega^2}$